

la trayectoria óptima del gasto público, variable que interviene como tercer factor en una función producción del tipo Cobb-Douglas; el modelo está restringido por ecuaciones de comportamiento para la inversión y la fuerza de trabajo y se dan condiciones inicial y final (en un horizonte finito) para el ingreso nacional; se trata de minimizar la longitud del horizonte. El modelo se resuelve aplicando el principio de Pontryagin. Otros aspectos interesantes son el análisis del modelo de estabilización de Phillips a través del llamado "segundo método" de Liapunov y del modelo del ciclo de Hicks usando de nuevo el principio de Pontryagin.

La primera parte del libro termina en una exposición de reglas de decisión y problemas de programación bajo incertidumbre; los enfoques son, por una parte, el bayesiano y por otra, el de la programación lineal estocástica.

En resumen: se trata de un libro excelente, sumamente estimulante y de un enorme valor en cuanto al material que contiene. Debe considerarse como imprescindible para quien se proponga estudiar en serio los aspectos modernos de la planeación y de la política económica, pero su lectura debe forzosamente complementarse con el estudio detallado de los temas que en él se tratan sin mucha profundidad.

PEDRO URIBE JR.
El Colegio de México

JOSEF STEINDL, *Random Processes and the Growth of Firms: a Study of the Pareto Law*. Londres, C. Griffin & Co., 1965. 249 pp.

Este libro presenta un interesante enfoque sobre diversos problemas de la economía. Tratando de incorporar a las suposiciones básicas de los modelos económicos la naturaleza aleatoria de los fenómenos analizados, estudia la justificación teórica de una de las leyes empíricas fundamentales, la llamada ley de Pareto.

El autor ha reunido en esta obra varias explicaciones de la forma como se origina la ley de Pareto en algunos fenómenos económicos, tales como la distribución de la riqueza personal o la distribución de las empresas de acuerdo con su producción, con sus activos o con el número de sus trabajadores. En estos casos se ha observado, en países que cuentan con registros estadísticos suficientes y confiables, que la ley de Pareto describe de manera muy fiel esos fenómenos, y además que existe una gran estabilidad de esa descripción en el transcurso del tiempo. El tratamiento analítico adecuado de las hipótesis correspondientes, de acuerdo con los métodos de la teoría de la probabilidad, lleva a resultados teóricos que corresponden a la ley de Pareto; entonces, se concluye, esta ley no se obtiene *a posteriori* de un ajuste más o menos arbitrario a datos observados, sino que es la expresión del comportamiento estadístico del fenómeno bajo estudio, resultado de un complejo de circunstancias tratadas con métodos modernos.

Éste es, quizá, el aspecto más positivo del libro. El autor se aparta de la corriente actual en la literatura dedicada al uso de métodos cuantitativos en la economía, para dar un vigoroso impulso a la aún escasa utilización de los procesos aleatorios en este campo. Es alentador encontrar una descripción matemática de fenómenos económicos que no esté basada ya sea en una aplicación simplista del cálculo diferencial, o en las ecuaciones lineales, con sus tímidas componentes aleatorias, de la econometría. En estos tratamientos, ya clásicos y muy en boga, las suposiciones básicas y los métodos empleados despiertan a menudo la sospecha de que se deforman las condiciones reales de un problema para ajustarlas a las limi-

taciones de las matemáticas utilizables. No sorprende así la poca utilidad real que se ha obtenido hasta la fecha de la aplicación concreta de esas técnicas. Es por ello que el libro de Steindl resulta estimulante, en tanto que deja entrever las posibilidades del tratamiento basado en métodos probabilísticos.

Una objeción que se hace con frecuencia al uso de las técnicas cuantitativas en las ciencias sociales es que la naturaleza impredecible de los individuos hace imposible la predicción de su comportamiento mediante fórmulas matemáticas. El relativo fracaso de los métodos esencialmente determinísticos mencionados arriba ha contribuido en buena parte a respaldar este lugar común tan usado por quienes no tienen la afición por la matemática y sus aplicaciones. Y sin embargo, ¿no es acaso tanto o más impredecible el comportamiento de una molécula de gas en un recipiente cerrado? No puede negarse el éxito de la mecánica estadística en este caso, basado en la idea de describir el comportamiento global, y claramente aleatorio, del agregado de un gran número de moléculas actuando de manera simultánea. La clave del éxito está, por supuesto, en el uso de los métodos apropiados, y en su libro el profesor Steindl recorre expertamente una buena variedad de ellos, aplicado específicamente al crecimiento de las empresas.

Para demostrar la gran flexibilidad de los métodos probabilísticos, el autor estudia diversas formas de considerar una empresa, bien sea como un conjunto de clientes que ocasionalmente se adhieren a ella o se separan, realizando un cierto número de compras en ella mientras son sus clientes, o bien como un acervo de capital que se incrementa al efectuarse una venta y se disminuye con los gastos derivados de su operación, ambos éstos factores que ocurren de manera aleatoria. En ambos modelos se ve cómo el tamaño de una empresa puede representarse mediante una ley de Pareto obtenida de la solución de las ecuaciones que regulan cada modelo.

Además de estos dos modelos básicos, el autor discurre ampliamente sobre algunos problemas relacionados que son de interés para investigaciones futuras. Entre ellos es sobre todo importante el que se refiere al estudio simultáneo de varias variables, partiendo de una ley de Pareto en varias dimensiones, de la cual las anteriormente estudiadas son las distribuciones marginales.

El libro comprende un apéndice sobre la teoría de procesos aleatorios, que podría ser una guía útil para iniciarse en esa disciplina, aunque se trata de un campo muy especializado y cuyo estudio requiere de una sólida base matemática.

Se encuentra también al final una interesante recopilación de situaciones reales en que la ley de Pareto se verifica con gran fidelidad, tales como la distribución de la riqueza personal en Suecia y el número de empresas de acuerdo con personal, activos y producción en Norteamérica, Alemania y Austria.

La dificultad de escribir un libro dirigido a un público heterogéneo es evidente: a pesar de los esfuerzos del autor, la complejidad de las matemáticas usadas en éste, aunada a los frecuentemente difíciles argumentos económicos, restringe mucho el número de lectores que puedan con comodidad seguir la trama de la obra. Ciertos pasajes, en particular los dedicados a la aplicación de la teoría de las cadenas de Markov y la teoría colectiva del riesgo, son oscuros, debido quizá al intento de resumir excesivamente las explicaciones matemáticas; en ocasiones llega a haber confusión y hasta errores en las derivaciones matemáticas. Esto no es demasiado grave para el experto, pero podría hacer las cosas difíciles para quien intente aquí iniciarse en el tema.

El mérito principal del libro reside, sin embargo, en apuntar la riqueza de este enfoque, aun cuando las técnicas mismas que se utilizan no sean las más modernas o las más simples existentes. Esta obra puede seguramente convertirse en un importante estímulo al uso sistemático de los métodos probabilísticos en la investigación económica.

TOMÁS GARZA H.
El Colegio de México