ESTRUCTURA DE LA DESIGUALDAD DEL INGRESO EN AMÉRICA LATINA

PEDRO URIBE*
Nacional Financiera
y
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

I. INTRODUCCIÓN

RECIENTEMENTE se ha especulado un poco sobre el uso de medidas de información en el análisis de la desigualdad del ingreso [véanse van Ginneken (1975), Fishlow (1972)],[1] todo ello basado en ideas originales de Theil (1967). A pesar del esfuerzo desplegado en materia de computación por algunos autores, y en parte debido a que la preocupación de Theil consistió en desarrollar los métodos más que la interpretación económica, el marco conceptual sigue siendo un tanto oscuro y las interpretaciones con frecuencia estériles, si no es que erróneas.

El propósito de este artículo es ilustrar, con datos de América Latina usados en una nota circulada en forma privada hasta ahora (*vide infra*), un marco conceptual económico para esta clase de análisis. Al mismo tiempo, el material empírico sirve para poner de manifiesto uno de los problemas básicos de América Latina: la desigualdad entre los sectores urbano y rural.

La medición de la desigualdad del ingreso sufre de las consecuencias de carecer prácticamente de teoría; los esfuerzos de Champernowne (1953), Kalecki (1945), Gibrat (1931), Mandelbrot (1961) y Tinbergen (1956) entre otros, han aclarado bastante sobre cómo se pueden generar distribuciones Pareto y log-normal, pero salvo el trabajo citado de Tinbergen, escasamente establecen resultados económicos; su trascendencia es más bien estadística. Por su parte, la teoría neoclásica intenta explicar la distribución funcional del ingreso; el mismo es en gran parte el cometido de la teoría marxista de la transformación. Aún haciendo a un lado la inconsistencia de la teoría neoclásica y suponiendo que alguna de ellas

* La versión original de este trabajo se presentó en el Seminario de la Association of Latin American Scholars en la Universidad de Liverpool en abril de 1971. El autor agradece los comentarios del Prof. Roy Eshag, así como los de los asistentes a los Seminarios de Estudios Latinoamericanos de las Universidades de Cambridge y Liverpool y a Conceição Tavares y Charles Rollins de CEPAL, sobre versiones anteriores.

[1] Probablemente basado en CEPAL (1970a), en donde se desarrolla *in extenso* la metodología usada por Fishlow y se aplica a Brasil.

tuviera éxito total —lo que es dudoso puesto que la economía estrictamente capitalista a la que se refieren no existe— se trata de teorías agregativas, que poco o nada aclaran acerca de la distribución personal.

Más interesante resulta Stiglitz (1969), quien considera presiones hacia la igualdad y la desigualdad en términos estrictamente económicos, y abre el camino a nuevas investigaciones, quizá de mucho fruto.

La desigualdad del ingreso podría medirse por medio de parámetros de su distribución. Un número considerable de estudios empíricos se ha orientado por este camino; en particular, se han usado la distribución de Pareto y la log-normal. Por desgracia, predomina el fundamento estadístico de ambas distribuciones y su fruto analítico es escaso; no reflejan prácticamente nada de los mecanismos económicos que conducen a la distribución observada.

Las medidas no paramétricas, como el coeficiente de Gini o su equivalente, el área bajo la curva de Lorenz, prescinden de hipótesis sobre la distribución —aunque el Gini se puede calcular dada la distribución. La elección de una medida no paramétrica de desigualdad del ingreso ha dependido de tradición o de propiedades que los economistas han encontrado intuitivamente plausibles. En este artículo se intenta formalizar algunas, junto con la interpretación de la medida de desigualdad usada en él. La formalización no es nueva, pero conviene hacerla explícita. Atkinson (1970), alude a dos características que considera básicas: el principio de transferencia y la aversión a la desigualdad. La posibilidad de descomposición es quizá la que ha pesado más en la elección reciente de medidas de información en estudios empíricos. El principio de transferencia y la descomposición se verán en la sección III; la aversión a la desigualdad se verá en el contexto del enfoque de Atkinson, en la sección IV.

En esencia, Atkinson mide la desigualdad del ingreso en términos de efecto en el bienestar: si $\omega(y)$ es una función bienestar asociada al ingreso, bajo una distribución igualitaria, en el valor $y =$ *ingreso per capita* $= \bar{y}$, el bienestar medio es $\omega(\bar{y})$. Para la densidad $\Phi(y)$ el bienestar medio es $\int_0^\infty \omega(y)\, \Phi(y) dy = \bar{\omega}_\Phi$. Pueden compararse dos cosas: $\omega(\bar{y})$ con $\bar{\omega}_\Phi$ o el ingreso que, bajo distribución igualitaria generaría $\bar{\omega}_\Phi$; esto es $\omega^{-1}(\bar{\omega}_\Phi)$. Este tema se tratará en detalle en la sección IV al ver la redundancia de información como medida de bienestar. Por desgracia, la interpretación de la redundancia en términos de función bienestar depende de un teorema que no se ha logrado demostrar. Supuesto el teorema, la interpretación es sumamente interesante, puesto que muestra una función bienestar totalmente igualitaria.

Las secciones V, VI y VII se dedican al análisis empírico de la distribución del ingreso en América Latina en términos de la descomposición de la redundancia en componentes sectoriales, nacionales y regionales, usando datos agregativos para 18 países y datos de distribución del ingreso personal para una muestra de ocho países; las cifras se basan en estudios de la CEPAL, en los Boletines Estadísticos de la ONU y en la encuesta de ingresos y gastos del Banco de México para 1963-1964 [véanse CEPAL (1966), (1968), (1970b), CEPAL-CONADE (1969) y Solís (1967)].

Los resultados son bastante interesantes: la desigualdad entre países es relativamente poco importante, como fracción de la desigualdad total entre los países de América Latina (19% del total). De ella, la mayor parte es desigualdad entre los países "grandes" (Argentina, Brasil, México, Chile y Venezuela) y sólo una pequeña parte es desigualdad entre los "grandes" y los más "pequeños" y desigualdad entre los países "pequeños"; ésto hace pensar que el "colonialismo intra-latinoamericano" es muy reducido y que, esencialmente, todos los países de América Latina comparten el mismo problema. Al nivel de América Latina, la desigualdad entre el sector agrícola y el no agrícola representa el 21% de la desigualdad total, pero el papel de este componente varía de manera considerable de país a país. Empero, se puede asertar que tiende a ser más importante en los países grandes, con excepción de Argentina; no se tienen datos sectoriales para Chile. De la muestra de ocho países sólo uno de los "pequeños" tiene componente intersectorial de consideración (12% de su desigualdad): El Salvador. El componente entre el sector agrícola y el no agrícola es excepcionalmente elevado para México (53.13% de la desigualdad total del país).

En general, la desigualdad dentro del sector agrícola predomina sobre la desigualdad dentro del no agrícola, con excepción de Brasil y Colombia, países en los que esta última representa el 61 y el 78% respectivamente, sobre la desigualdad interna del país; por otra parte, la desigualdad interna del sector agrícola es considerable en Costa Rica, Argentina, Ecuador y El Salvador; pero, dada la baja proporción del ingreso agrícola sobre el total en Argentina, la desigualdad en el sector es sólo el 17.9% del total, mientras que en Costa Rica es el 48, en Ecuador el 46 y en El Salvador el 55% del total.

Estas cifras sugieren políticas redistributivas bastante diferentes de país a país: en México se basaría en transferencias masivas de ingreso del medio urbano al medio rural, que, como se sabe, ha soportado por cerca de cuarenta años el costo social de la industrialización del país. En este sentido, las medidas recientes del gobierno mexicano, que no contaba con un análisis de este tipo, pueden considerarse resultado de una inevitable sensibilización hacia un problema políticamente muy explosivo. En El Salvador, parece ser, la base de una política redistributiva estaría enfocada tanto al interior del sector agrícola como a la transferencia de ingresos desde el sector urbano; en Colombia sería efectiva una política fiscal orientada a redistribuir el ingreso urbano, etc.

La posición de Venezuela, Brasil y México respecto a la estructura sectorial de la desigualdad (12, 20 y 53% de su desigualdad es entre sectores) hace pensar en que sería interesante probar la hipótesis de que la industrialización soportada por el campesino es un patrón general asociado al desarrollismo latinoamericano (y quizá al desarrollismo en general). Estas conclusiones tienen necesariamente un carácter embrionario:

el análisis intra-sectorial, por ejemplo, debe profundizarse; interesa la descomposición de la desigualdad agrícola en términos de cultivos, regiones climáticas y, sobre todo, de regímenes de propiedad y sistemas de distribución del producto rural. La desigualdad urbana tiene que ver con educación, ocupación, sector de actividad (por ejemplo, en Brasil la mayor desigualdad está en el sector de servicios), etc. Los fenómenos de marginalidad, migración interna y subocupación han adquirido particular importancia en los diez o doce años transcurridos desde la época de las muestras de CEPAL y deben ser situados en contexto.

II. El concepto de población dual; T-equivalencia y G-equivalencia

Es común en la literatura económica de América Latina, hablar de las "economías duales", compuestas de una parte "moderna" y otra "primitiva". Es obvio que las zonas de frontera, cualquiera que sea el criterio que se use para delimitar ambas partes, son amplias y nebulosas. En este artículo se intenta hacer una abstracción y definir una población dual como caso extremo; la parte "moderna" lo tiene todo y la "primitiva" no tiene nada. Una transformación simple establecerá a qué tipo de población dual (en el sentido de este artículo) corresponde una población dada. Este concepto será útil en el análisis de la distribución del ingreso.

Definición: Una población P es dual respecto a la variable X, si esta adopta el valor $X_1 > 0$ en un subconjunto de P y el valor cero en el complemento.

Esto supone que la distribución de X en el subconjunto "moderno", digamos P_1, es igualitaria. Considérese una población finita dual respecto a ingreso y supóngase que P consiste de n miembros; n_1 están en P_1 y $n - n_1$ en el complemento. Para n_1 miembros el ingreso es X_1, para $n - n_1$ es cero. La media del ingreso es $n_1 X_1 / n$ y su varianza es $n_1(n - n_1)X_1^2/n^2$. Conviene calcular el coeficiente de Gini para P:

$$c = \frac{1}{2n^2\bar{x}} \Sigma_i \Sigma_j \mid x_i - x_j \mid f_i f_j$$

en que $\bar{x}$ es el ingreso medio, x_i, x_j son valores observados y f_i, f_j son sus frecuencias absolutas:

$$c = \frac{1}{2n_1 n X_1} \{ \mid 0 - X_1 \mid (n - n_1)n_1 + \mid X_1 - 0 \mid n_1 (n - n_1) \}$$

$$= (n - n_1)/n$$

la proporción "primitiva" de la población. Considérese ahora la medida de información propuesta por Theil:

$$R = \Sigma_i y_i \log n y_i \qquad 2.1)$$

la redundancia de información de la distribución $\{y_i\}$ del ingreso individual.[2] Para la población dual hay n_1 términos y_i que valen $1/n_1$ y $(n-n_1)$ términos que valen cero. Conviniendo en hacer $O \log O = \lim x \log x = 0$ se tiene que $R = \log n/n_1$. Si la base de los logaritmos es 2, como se acostumbra en teoría de la información, se tiene la relación:

$$c = 1 - 2^{-R} \qquad 2.2)$$

El valor $1 - 2^{-R}$ será llamado aquí *coeficiente de Theil;*[3] *en una población dual coincide con el de Gini.*

Tanto el coeficiente de Theil como el de Gini se pueden usar para transformar una población arbitraria en su equivalente dual. En efecto, sea P una población arbitraria, con distribución del ingreso $\Phi(x)$. Entonces P es Theil-equivalente (T-equivalente) a una dual para la cual la proporción de "pobres" es $1 - 2^{-R_\Phi}$, R_Φ la redundancia de la distribución Φ. P es Gini-equivalente (G-equivalente) a una dual en la que la fracción de "pobres" es igual a c_Φ, el coeficiente de Gini de la distribución Φ.

Como era de esperarse, el concepto de T-equivalencia y el de G-equivalencia sólo coinciden para la población dual; empero, ambas relaciones son de equivalencia: P es T-equivalente a P; si P es T-equivalente a P' entonces P' es T-equivalente a P; si P es T-equivalente a P' y P' es T-equivalente a P'' entonces P es T-equivalente a P'' y lo mismo para la G-equivalencia. Si P es T-equivalente a la población dual P^0 y P' es G-equivalente a la misma dual P^0; no se concluye ni G-equivalencia ni T-equivalencia entre P y P'.

Usar el coeficiente de Gini en una población arbitraria es lo mismo que medir la desigualdad del ingreso por G-equivalencia; usar el de Theil o medir la redundancia (transformándola a $1-2^{-R}$) es medir por T-equivalencia. Una transformación simple del área entre la curva de Lorenz y la diagonal ($A = c/2$) lleva a medir por G-equivalencia.

III. Redundancia de información para poblaciones finitas: descomposición y transferencia

La redundancia de información se define como la diferencia de la en-

[2] Fishlow y van Ginneken usan la medida para datos agrupados que implica un sesgo de agregación, a veces inevitable pero del cual se debe estar consciente por lo menos, véase sección III.

[3] El nombre "índice de Theil" para R (o su aproximación) es del todo impropio; R es un concepto de teoría de la información y no un coeficiente de desigualdad del ingreso; véase van Ginneken, *op. cit.*

tropia de una distribución con su máximo. En una población finita con N individuos:

$$R = \log N - \Sigma_{i=1}^{N} x_i \log \frac{1}{x_i} = \Sigma_{i=1}^{N} x_i \log N x_i \qquad 3.1)$$

Nótese que (3.1) es una información indirecta con distribución a priori $\{1/N\}$ y distribución a posteriori $\{x_i\}$.[4] Supóngase que sólo se conocen las participaciones de n intervalos en el ingreso y la población: la participación del intervalo I_j en el ingreso es y_j y su participación en la población es p_j. El ingreso total es Y de modo que el ingreso acumulado en el intervalo I_j es $y_j\, Y$; la población total es N y la población en I_j *es* p_jN. El ingreso medio en I_j es entonces $y_j\, Y/p_j\, N = y_j\, \bar{y}/p_j$ en que $\bar{y}$ es el ingreso *per capita.* Un individuo en I_j participa del ingreso total en $(y_j\, Y/p_j\, N)/Y = y_j/Np_j$. Sustituyendo en (3.1), $Nx_i = y_j/p_j$ para cada individuo en I_j. Ahora bien, hay Np_j términos iguales a $(y_j/Np_j) \log y_j/p_j$ en cada I_j, de modo que (3.1) se expresa entonces como:

$$R = \Sigma_{j=1}^{N} y_j \log (y_j/p_j) \qquad 3.2)$$

que es una información indirecta con distribución a priori $\{p_j\}$ y distribución a posteriori $\{y_j\}$.

El paso de (3.1) a (3.2) implica la adjudicación, a cada individuo, del ingreso medio de su intervalo. Hay entonces, un sesgo de agregación que se puede medir por la diferencia entre (3.1) y (3.2):

$$\Sigma_{i=1}^{N} x_i \log Nx_i - \Sigma_{j=1}^{n} y_j \log (y_j/p_j)$$

$$= \Sigma_{j=1}^{n} y_j\, \Sigma_{i \varepsilon I_j} \frac{x_i}{y_j} \log \left(\frac{x_i/y_j}{1/Np_j}\right) \qquad 3.3)$$

que es una media sobre los intervalos de las cantidades:

$$R_j = \Sigma_{i \varepsilon I_j} \frac{x_i}{y_j} \log \left(\frac{x_i/y_j}{1/Np_j}\right)$$

Cada R_j es una información indirecta: su distribución a priori es la distribución condicional de la población en el intervalo I_j : $1/Np_j = \frac{1}{N}/p_j$;

[4] En vista de que el uso de medidas de información está ya bastante difundido, conviene sólo recordar que la entropia de la distribución $\{p_i\}$ es $\Sigma_i p_i \log (1/p_i)$ y que la información indirecta con distribución a priori $\{q_i\}$ y distribución a posteriori $\{p_i\}$ es $\Sigma_i p_i \log (p_i/q_i)$. Para detalles véase Theil (1967).

su distribución a posteriori es la distribución condicional del ingreso dentro de I_j, $\{x_i/y_j\}$. Así, (3.3) es una media de cantidades positivas[5] (a menos que la distribución en el intervalo sea igualitaria, en cuyo caso es cero). El sesgo de agregación implica la subestimación de R (y la subestimación de la desigualdad).

Conviene enunciar ésta como una propiedad deseable de cualquier medida de desigualdad:

A1. El sesgo de agregación implica subestimación de la desigualdad.

Lo que Atkinson (1970) llama el "principio de transferencia" se puede enunciar como sigue:

A2. Si un individuo "más rico" transfiere ingreso a un individuo "más pobre" la desigualdad debe disminuir, llegando a un mínimo cuando ambos tienen el mismo ingreso.

Considérese R según (3.1) y supóngase que la transferencia ocurre entre los individuos 1 y 2:

$$R = x_1 \log Nx_1 + x_2 \log Nx_2 + \Sigma_{i=3}^{N} x_i \log Nx_i$$

Es obvio que el último término no cambia en virtud de la transferencia. Se puede escribir:

$$x_1 \log Nx_1 + x_2 \log Nx_2 = (x_1 + x_2) \{\frac{x_1}{x_1 + x_2} \log \frac{x_1}{x_1 + x_2}$$

$$+ \frac{x_2}{x_1 + x_2} \log \frac{x_2}{x_1 + x_2}\} + (x_1 + x_2) \log N(x_1 + x_2) \qquad 3.4)$$

Durante la transferencia, el ingreso conjunto de los dos individuos no cambia, así que el último término de (3.4) permanece constante. Cambian sólo las proporciones $x_1/(x_1 + x_2)$ y $x_2/(x_1 + x_2)$; de (3.4) cambia sólo el término entre llaves. Una operación simple de minimización como: $min_\xi\{\xi \log \delta + (1 - \xi) \log (1 - \xi)\}$ lleva a $\xi = 1^\xi$, o sea $x_1 = x_2$ (la segunda derivada es positiva para $\xi > 0$, así que se trata de un mínimo).

La ecuación (3.3) muestra que el valor total de R en (3.1) se compone, por lo pronto, de su valor entre agregados (3.2), y una media de valores dentro de cada agregado. Conviene ver, de aquí en adelante, la información indirecta (3.2) como un componente de (3.1). Nos ocuparemos de la descomposición de (3.2). Supóngase que los intervalos I_j se agrupan en clases mutuamente excluyentes y exhaustivas S_g; sean $P_g = \Sigma_{j \epsilon S_g} p_j$, $Y_g = \Sigma_{j \epsilon S_g} y_j$. Entonces:

[5] Tomando logaritmos, por la desigualdad de las medidas geométrica y aritmética, se ve que una información indirecta es positiva (cero si las distribuciones a priori y a posteriori son iguales). Véase Theil (1967).

$$R = \Sigma_g Y_g \log (Y_g/P_g) + \Sigma_g Y_g \{\Sigma_{j \epsilon S_g} (y_j/Y_g) \log (\frac{y_j/Y_g}{p_j/P_g})\} \quad 3.5)$$

El primer término a la derecha en (3.5) es la información entre los grupos S_g; el segundo es una media de informaciones indirectas, cada una dentro de cada grupo. A su vez, si S_g se clasifica en grupos mayores, el primer término de (3.5) puede descomponerse en forma igual. Para el análisis de secciones posteriores, conviene extender (3.5) a varios índices. En este trabajo sólo se usarán dos; refiriéndose a países y sectores, como se hará en la parte empírica de este trabajo, sean y_{ij}, p_{ij} las participaciones de la celda (país i, sector j) dentro del ingreso y de la población totales. Defínase:

$$R = \Sigma_i \Sigma_j y_{ij} \log (y_{ij}/p_{ij})$$

que se puede descomponer, a la manera de análisis de varianza, en:

$$\Sigma_i y_i \Sigma_j (y_{ij}/y_{i\cdot}) \log \frac{y_{ij}/y_{i\cdot}}{p_{ij}/p_{i\cdot}} + \Sigma_i y_{i\cdot} \log (y_{i\cdot}/p_{i\cdot})^6 \quad 3.6)$$

En primer término aparece la media de informaciones entre sectores, dentro de cada país; el segundo término es la información entre países.

Si los países se agrupan en clases, S_g, el segundo componente de (3.6) se puede escribir:

$$\Sigma_i y_{i\cdot} \log (y_{i\cdot}/p_{i\cdot}) = \Sigma_g Y_{g\cdot} \log (Y_{g\cdot}/P_{g\cdot})$$

$$+ \Sigma_g Y_{g\cdot} \Sigma_{i \epsilon S_g} (y_{i\cdot}/Y_{g\cdot}) \log (\frac{y_i/Y_{g\cdot}}{p_i/P_{g\cdot}}) \quad 3.7)$$

El primer término de (3.7) es la desigualdad entre grupos de países; el segundo es la desigualdad dentro de grupos. Por su parte, el primer término de (3.6) se puede escribir:

$$\Sigma_i y_{i\cdot} \Sigma_j (y_{ij}/y_{i\cdot}) \log \frac{y_{ij}/y_{i\cdot}}{p_{ij}/p_{i\cdot}} = \Sigma_g Y_{g\cdot} \Sigma_j (Y_{gj}/_{g\cdot})$$

$$\log (\frac{Y_{gj}/Y_{g\cdot}}{P_{gj}/P_{g\cdot}}) + \Sigma_g y_{g\cdot} \Sigma_j (Y_{gj}/Y_{g\cdot}) \Sigma_i (y_{ij}/Y_{gj})$$

$$\log (\frac{(y_{ij}/Y_{gj})/(Y_{gj}Y_{g\cdot})}{(p_{ij}/p_{i\cdot})/(P_{gj}P_{g\cdot})})$$

[6] Se definen $y_{i\cdot} = \Sigma_j y_{ij}$, $y_{\cdot j} = \Sigma_i y_{ij}$, las distribuciones marginales de la distribución bivariada $\{y_{ij}\}$.

El primer término es la desigualdad entre sectores y entre grupos; el segundo es la media de la desigualdad entre sectores dentro de cada grupo; mide la forma en que la distribución sectorial del ingreso de los países se desvía del patrón que observa en su grupo.

En la sección V se expondrá la descomposición usada en el caso de América Latina, que incluye la desigualdad interna de los países.

IV. Redundancia y juicios de bienestar

Es común pensar que, de dos distribuciones con la misma media, la más "aleatoria" implica una mayor desigualdad. Rotschild y Stiglitz (1970) muestran que los tres siguientes criterios son equivalentes para variables aleatorias X, Y; *se trata de definir "Y más aleatoria que X"*:

1: *Y es igual a X más "ruido"* 4.1)

$$Y \cong X + u$$

en que '$\cong$' significa "tiene la misma distribución", y u es una perturbación aleatoria incorrelacionada con X:

$$E(u \mid X) = 0$$

uniformemente en X.

2: *Y tiene mayor peso en las colas de la distribución que X.*

O sea, la densidad de Y se obtiene de desplazar peso del centro de la densidad de X hacia las colas.

3: *Si ω es una función cóncava entonces:* 4.2)

$$E\omega(X) \geqq E\omega(Y)$$

De manera incidental, $var(X) < var(Y)$ no equivale a los anteriores criterios. El tercer criterio ha sido interpretado por Pratt (1964) y por Rotschild y Stiglitz como la preferencia de un individuo que tiene aversión al riesgo; ω es la función bienestar asociada al ingreso; si un individuo tiene aversión al riesgo, su función bienestar es cóncava. Si ω es creciente y cóncava, $\omega''/\omega' < 0$ y $-\omega''/\omega'$ es una medida local de aversión al riesgo; véase Pratt (1964).

Atkinson (1970), al seguir en parte a Dalton (1920) propone un enfoque en que (4.2) se interpreta en el contexto de la desigualdad del ingreso: si ω es una función bienestar cóncava y separable aditiva y X está menos desigualmente distribuido que Y, entonces el bienestar social medio dada la distribución de X es no menor que el bienestar social medio dada la distribución de Y. Se dice entonces que ω es *aversa a la desigualdad.*

Considérese el caso de distribución igualitaria: todos los individuos tienen ingreso igual al ingreso *per capita* $\bar{y}$; el bienestar social medio es $\omega(\bar{y})$.

Dada una densidad $\Phi(y)$ con media $\bar{y}$, sea ω_Φ el bienestar medio asociado a Φ:

$$\bar{\omega}_\Phi = \int_0^\infty \omega(y)\ \Phi\ (y)dy$$

Si Φ no es igualitaria, la concavidad de ω implica que $\bar{\omega}_\Phi < \omega(\bar{y})$; $-\omega''/\omega'$ es entonces una medida local de aversión a la desigualdad.

Atkinson recurre también a un concepto de equivalencia: si el ingreso estuviera distribuido en forma igualitaria, bastaría con un ingreso *per capita* igual a $\omega^{-1}(\bar{\omega}_\Phi)$ para un nivel de bienestar igual que el observado $\bar{\omega}_\Phi$; en vista de la concavidad de ω, $\omega^{-1}(\bar{\omega}_\Phi) < \bar{y}$. $\omega^{-1}(\bar{\omega}_\Phi)$ es el equivalente, bajo distribución igualitaria, del ingreso social observado. Atkinson mide la desigualdad por $1 - \omega^{-1}(\bar{\omega}_\Phi)/\bar{y}$.

Conviene ver ahora qué tipo de juicio de bienestar se está haciendo cuando se usa como medida de desigualdad $1 - 2^{-R}$. Para distribuciones continuas, es fácil demostrar [véase Theil (1967)] que:

$$R = \int_0^\infty (y/\bar{y}) \log (y/\bar{y})\ \Phi\ (y)dy$$

$$= \int_0^\infty r(y)\ \Phi\ (y)dy$$

Ahora bien, 2^{-R} puede verse como medida de igualdad, proporcional al bienestar social medio. De ahí que interese buscar una función $\omega(y)$ tal que $E_\Phi\omega(y) = K.2^{-R}$, en que E_Φ es la esperanza bajo la densidad Φ. Se puede escribir entonces, formalmente:

$$E_\Phi\omega(y) = Ke^{-\lambda E_\Phi r(y)}$$

Ahora bien, $r(y)$ es creciente para $y > \bar{y}/2$ y es convexa en todo su rango. Escríbase ahora:

$$e^{-\lambda E_\Phi r(y)} = \lim_{m\to\infty} \left(\frac{1 - \lambda E_\Phi r(y)}{m}\right) \frac{1}{m}$$

$$= \lim_{m\to\infty} \{E_\Phi \xi_m(y)\} \frac{1}{m} \tag{4.3}$$

Nótese que, como $\xi_m = -\lambda r'/m$, ξ_m es decreciente para $y > \bar{y}/2$ y como $\xi''_m = -\lambda r''/m$, ξ_m es cóncava para $y > 0$. Cada variable ξ_m implica un "nivel de saciedad" en $\bar{y}/2$, esto es, a partir del ingreso $\bar{y}/2$, a mayor ingreso menor bienestar.[7] Si el límite $\omega(y)$ es decreciente para $y > y_0$ digamos, se tiene una función bienestar cóncava, como era deseable, pero un tanto "franciscana"; todo, claro está, con la interpretación $\bar{\omega} = K\,2^{-R}$. Quedan por investigar la existencia y propiedades del límite (4.3).

V. Una primera descomposición elemental para América Latina; desigualdad interna en ocho países

En este trabajo se consideran solamente dos sectores: agrícola (que se distinguirá por el índice superior A) y no agrícola (que se distinguirá por el índice superior N). En este inciso nos ocuparemos de la desigualdad al nivel de países. Sean y_j^A/y_j la participación del sector agrícola en el ingreso del país j (de modo que la participación del sector agrícola del país j en América Latina se obtiene multiplicando esta cifra por y_j, la participación del país j en el total), p_j^A/p_j su participación en población, y en forma semejante, y_j^N/y_j, p_j^N/p_j. La distribución por estratos de ingreso en el sector agrícola del país j se denotará por n_{ij}^A/y_j^A y la de la población por π_{ij}^A/p_j^A. En forma semejante se definen n_{ij}^N/y_j^N y π_{ij}^N/p_j^N. La redundancia dentro del sector agrícola en el país j es:

$$R_j^A = \Sigma_i (n_{ij}^A/y_j^A) \log \frac{n_{ij}^A/y_j^A}{\pi_{ij}^A/p_j^A}$$

la del sector no agrícola:

$$R_j^N = \Sigma_i (n_{ij}^N/y_j^N) \log \frac{n_{ij}^N/y_j^N}{\pi_{ij}^N/p_j^N}$$

La redundancia entre sectores es entonces, para el país j:

$$R_j^{(A,N)} = (y_j^A/y_j) \log \frac{y_j^A/y_j}{p_j^A/p_j} +$$

$$(y_j^N/y_j) \log \frac{y_j^N/y_j}{p_j^N/p_j}$$

[7] La interpretación de $-\omega''/\omega'$ como aversión a la desigualdad pierde sentido si $\omega' < 0$. Sólo si ω es creciente, la concavidad implica aversión. Empero, parece más importante sostener la concavidad que la interpretación Pratt-Atkinson de $-\omega''/\omega'$.

y la desigualdad total dentro del país j está dada por:

$$R_j = (y_j^A/y_j)R_j^A + (y_j^N/y_j)R_j^N + R_j^{(A,N)} \qquad 5.1)$$

Antes de continuar, conviene ver algunos resultados empíricos para una muestra de ocho países, los únicos para los que se cuenta con distribuciones del ingreso total tanto al nivel urbano como al rural. En ocasiones basta con uno de los sectores y el total; el componente faltante se obtiene de (5.1). Los países estudiados son: Argentina, Brasil, México, Venezuela, Colombia, Ecuador, Costa Rica y El Salvador. Las fuentes son: CEPAL-CONADE (1969) para Argentina, CEPAL (1968) para Brasil, Solís (1967, Cuadro 19) para México y CEPAL (1966) para los otros cinco países. El cuadro 1 muestra los valores de R_j, en *bits*, $1 - 2^{-R_j}$ (*coeficiente de Theil*) y c_j (*coeficiente de Gini*) para los países mencionados.

CUADRO 1

DESIGUALDAD INTERNA DEL INGRESO EN OCHO PAÍSES

País	Redundancia (en bits)	Coeficiente de Theil	Coeficiente de Gini
Argentina (1961)	0.7218	0.3937	0.4452
Brasil (1960)	1.0405	0.5138	0.5636
Colombia (1961)	0.8786	0.4561	0.4911
Costa Rica (1961)	0.8787	0.4561	0.4911
Ecuador (1962)	1.3854	0.6172	0.6268
El Salvador (1961)	1.0004	0.5001	0.5253
México (1963-1964)	0.7913	0.4222	0.4774
Venezuela (1962)	0.6343	0.3557	0.4350

Debe notarse que, a pesar de que en una población "dual" (véase inciso II) los coeficientes de Gini y Theil son iguales, en una no dual pueden diferir de manera marcada: véase Venezuela (0.3557 Theil y 0.4350); la diferencia no es tan marcada en El Salvador (0.5002 contra 0.5253), Ecuador (0.6172 contra 0.6268) o México (0.4222 contra 0.4774). La interpretación de este resultado puede ser interesante: ¿es más "dual" Ecuador que Venezuela?[8] Esto amerita una investigación teórica y empírica aún no emprendida.

Atendiendo al coeficiente de Theil, por ejemplo, la fracción depauperizada en la población dual en Venezuela sería 35.6%, en México sería el 42.2 y llegaría hasta el 61.7 en Ecuador. En cualquier caso, el orden de niveles de desigualdad es igual en el Theil y en el Gini.

Hasta aquí no hay más información que la convencional de cualquier estudio de desigualdad del ingreso. En seguida se verá la descomposición de las cifras del cuadro 1 en componentes inter e intrasectoriales.

[8] Aquí "dualidad" podría tener que ver con asimetría.

CUADRO 2

COMPONENTES AGRÍCOLA Y NO AGRÍCOLA DE LA DESIGUALDAD DEL INGRESO EN CADA UNO DE OCHO PAÍSES
(*en bits y porcientos*)

País	Desigualdad		Dentro de los sectores		
	Total	Entre sectores	Total	Agrícola	No agrícola
Argentina	0.7218	0.0045	0.7174 (99.38) [a]	0.9235 (17.99) [b]	0.6833 (82.01) [b]
Brasil	1.0405	0.2019	0.8386 (80.59)	0.5058 (23.94)	0.8807 (76.06)
Colombia	0.8786	0.0439	0.8347 (95.00)	0.4215 (17.55)	1.0549 (82.45)
Costa Rica	0.8787	0.0642	0.8145 (92.70)	1.1970 (51.71)	0.6069 (48.29)
Ecuador	1.3854	0.0556	1.3298 (95.99)	1.5575 (48.41)	1.1668 (51.59)
El Salvador	1.0004	0.1217	0.8787 (87.83)	1.3924 (63.08)	0.5390 (36.92)
México	0.7913	0.4204	0.3710 (46.87)	0.5590 (25.90)	0.3319 (74.10)
Venezuela	0.6343	0.1197	0.5146 (81.14)	0.5879 (20.41)	0.4944 (79.59)

[a] Porciento de la desigualdad total.
[b] Contribución ponderada (en porciento) a la desigualdad intrasectorial.

Dos cosas resaltan a partir del cuadro 2: en primer lugar, la enorme importancia de la desigualdad entre el sector agrícola y el no agrícola de México, que explica el 53% de la desigualdad total del país (la media de los ocho países es de 21%, como se verá más adelante) y la "predominancia", en valores absolutos aunque no en contribución, de la desigualdad dentro del sector agrícola: de los ocho países, sólo en Brasil y Colombia la desigualdad no agrícola es mayor que la agrícola. En Ecuador se llega a una población dual de 66% de "pobres" en el sector agrícola. El cuadro 3 muestra los coeficientes de Theil total, para el sector agrícola y para el sector no agrícola, en los ocho países en estudio.

Estas cifras tienen serias implicaciones de política: la redistribución del ingreso atacaría, por ejemplo en Ecuador tanto el ingreso urbano como el rural, pero su énfasis en el ingreso rural tendrá que ser mayor; la redistribución del ingreso urbano en México o en Venezuela podría tener impacto sólo en tanto el ingreso urbano es una parte importante del ingreso total, pero en México, toda política redistributiva con algún sentido, tiene que partir de redistribuir el ingreso entre sectores,[9] factor que im-

[9] En México es ya un lugar común la frase de que "la agricultura ha sostenido el desarrollo urbano". Después de que se escribió la versión original de este artículo, ha habido intentos de política redistributiva en el sentido señalado aquí.

CUADRO 3

COEFICIENTES DE THEIL PARA OCHO PAÍSES: TOTAL AGRÍCOLA Y NO AGRÍCOLA

País	Coeficientes de Theil		
	Total	Agrícola	No agrícola
Argentina	0.3937	0.4728	0.3773
Brasil	0.5138	0.2957	0.4569
Colombia	0.4561	0.2534	0.5187
Costa Rica	0.4561	0.5638	0.3434
Ecuador	0.6172	0.6603	0.5546
El Salvador	0.5002	0.6191	0.3118
México	0.4222	0.3212	0.2055
Venezuela	0.3557	0.3347	0.2901

porta poco en Argentina, Colombia o Ecuador y que tiene alguna importancia en Brasil y Venezuela, que se comportan cerca de la media en este sentido.[10]

Se puede pensar en la agregación de estos resultados para toda la muestra. En efecto, la desigualdad dentro de los ocho países sería:

$$R_d = \Sigma_j y_j R_j$$

y se compondría de la suma de los siguientes términos:

$$R_d^A = \Sigma_j y_j^A R_j^A$$

$$R_d^N = \Sigma_j y_j^N R_j^N$$

$$R_d^{(A,N)} = \Sigma_j y_j R_j^{(A,N)}$$

Cada uno es una media ponderada, con la participación de cada país en el ingreso total, de los componentes de (5.1).

Los ingresos de cada país se han tomado como producto interno bruto y las tasas de cambio son tasas de equilibrio del comercio internacional según CEPAL (1970b). Sería deseable utilizar tasas de paridad de poder adquisitivo, pero no se cuenta[11] con datos satisfactorios. El cuadro 4 muestra los valores de R_d, $R_d^{(A,N)}$, R_d^A y R_d^N, junto con la contribución (ponderada) de cada país a su formación:

$$y_j R_j / R_d,\ y_j R_j^{(A,N)} / R_d^{(A,N)}, \ldots\ldots$$

[10] Se ha demostrado (CEPAL, 1970a) que la desigualdad sectorial de Brasil explica buena parte de desigualdad del ingreso entre las regiones, que se ha tomado como típica de la "dualidad" de las economías de América Latina.

[11] Este trabajo fue escrito en 1971.

CUADRO 4

DESIGUALDAD EN OCHO PAÍSES DE AMÉRICA LATINA Y CONTRIBUCIÓN DE CADA PAÍS
(*en bits y porcientos*)

País	Desigualdad				
	Dentro de países	Entre sectores	Dentro de los sectores		
			Total	Agrícola	No agrícola
Total[a]	0.8448	0.1774	0.6674	0.7256	0.6506
Contribución de cada país[b]					
Argentina	19.61	0.58	24.67	18.56	26.63
Brasil	33.69	31.13	34.37	33.98	34.50
Colombia	8.18	1.95	9.84	7.11	10.72
Costa Rica	0.87	0.31	1.03	2.20	0.66
Ecuador	3.86	0.74	4.69	9.44	3.17
El Salvador	0.13	0.74	1.43	3.71	0.70
México	21.69	54.85	12.87	13.73	12.60
Venezuela	10.80	9.70	11.09	11.27	11.04

[a] En *bits*.
[b] Porcientos del total.

En esta forma, se nota que en la desigualdad al nivel de la región sigue preponderando la desigualdad dentro del sector agrícola (coeficiente de Theil de 0.4065); la desigualdad entre sectores es el 21% de la total dentro de países. Nótese que la desigualdad entre sectores está construída en esencia a base de las contribuciones de Brasil, México y Venezuela, y más de la mitad es atribuíble a México. Entre los tres países contribuyen con el 95.68% de la desigualdad entre sectores, lo que contrasta con su contribución de 66.18 a la total y 68.35 a la intrasectorial, pero las contribuciones de Brasil y Venezuela son semejantes en cada componente: Brasil contribuye con casi 34% de la desigualdad total, 31 de la intersectorial, 34 de la intrasectorial, 34 de la agrícola y 34.5 de la no agrícola; Venezuela con casi 11% de la total, 10 de la intersectorial y 11 de la intrasectorial, agrícola y no agrícola. En cambio México contribuye con casi 22% de la total, casi 55 de la intersectorial, 13 de la intrasectorial, agrícola y no agrícola. Así, la contribución de México a la desigualdad intersectorial es casi dos y media veces su contribución a la desigualdad total. Esto es un indicador del nivel de "desequilibrio" urbano-rural del país.

Por último, la desigualdad entre los ocho países:

$$R_e = \Sigma_{j=1}^{8} y_j \log y_j/p_j$$

es de 0.1953 *bits*. Sumada a los 0.8448 *bits* de desigualdad intra-países lleva a 1.0401 *bits*, dando un coeficiente de Theil de 0.5137. Así, en la muestra de ocho países se tiene la siguiente composición:

1. Desigualdad total	= 1.0401 *bits*
1.a Desigualdad entre países	= 0.1953 *bits* (18.78%)
1.b Desigualdad intra-países	= 0.8448 *bits* (81.22%)
1.b.1 Desigualdad media entre sectores	= 0.1774 *bits* (21.00%)
1.b.2 Desigualdad media intra-sectorial	= 0.6674 *bits* (79.00%)
1.b.2.1. Desigualdad media agrícola	= 0.7256 *bits*
1.b.2.2 Desigualdad media no agrícola	= 0.6506 *bits*

El concepto *1* es la suma de *1.a* y *1.b*; a su vez, *1.b* se compone de la suma de *1.b.1 y 1.b.2*. Por su parte, *1.b.2* es la media ponderada de *1.b.2.1* y *1.b.2.2*; *tanto 1.b.1* como cada componente de *1.b.2.1* son medias ponderadas de desigualdades dentro de cada país.

La desigualdad entre países es el 18.78% de la desigualdad total, la intra-países el 81.22; de esta última, el 21% es intrasectorial.

VI. La desigualdad entre países para toda América Latina; grupos de países y representatividad de la muestra

Conviene ahora indagar acerca de la representavidad de la muestra a base de lo único con lo que se cuenta al nivel de toda América Latina, con excepción de Cuba y los países de reciente independencia. Se cuenta con datos para dieciocho países, los que se agregarán en tres grupos, como sigue:

Grupo I. *Países "mayores":*
Argentina, Brasil, Chile, México y Venezuela.

Grupo II. *Resto de Sudamérica:*
Bolivia, Colombia, Ecuador, Paraguay, Perú y Uruguay.

Grupo III. *Centroamérica y el Caribe:*
Costa Rica, El Salvador, Guatemala, Honduras, Nicaragua, Panamá y República Dominicana.

En la muestra se tienen todos los países del grupo I, salvo Chile; en el grupo II Colombia y Ecuador y en el III Costa Rica y El Salvador.

CEPAL (1970b) proporciona datos de ingreso y tasas de cambio, y los Boletines Estadísticos de las Naciones Unidas datos de población, que serán utilizados para calcular la desigualdad entre países y sus componentes entre e intra-grupos de 1960 a 1968. El cuadro 5 muestra estos resultados.

A lo largo de nueve años, la desigualdad entre países es muy semejante a la desigualdad de la muestra, en particular en los años 1960-1964, a los que corresponden los datos muestrales. El valor de la desigualdad entre países es razonablemente estable en el período en cuestión.

La muestra de ocho países tiene los siguientes componentes:

1. Desigualdad entre países (1959):	
1.a Entre grupos:	0.0049 *bits*
1.b Intra-grupos:	0.1904 *bits*
1.b.1 Grupo I:	0.2161 *bits*
1.b.2 Grupo II:	0.0004 *bits*
1.b.3 Grupo III:	0.0298 *bits*

CUADRO 5

DESIGUALDAD ENTRE 18 PAÍSES DE AMÉRICA LATINA CON BASE EN EL PRODUCTO INTERNO BRUTO Y LA POBLACIÓN TOTAL
(*en bits*)

Año	Desigualdad entre países	entre grupos	Intra - grupos			
			Total	Grupo I	Grupo II	Grupo III
1960	0.2079	0.0162 (7.81) [a]	0.1916 (92.19) [a]	0.2245 (92.87) [b]	0.0835 (6.27) [b]	0.0259 (9.86) [b]
1961	0.1964	0.0175 (8.89)	0.1790 (91.11)	0.2076 (92.23)	0.0831 (6.63)	0.0327 (1.14)
1962	0.1881	0.0159 (8.46)	0.1722 (91.54)	0.2017 (92.71)	0.0741 (6.21)	0.0287 (1.07)
1963	0.1852	0.0153 (8.25)	0.1699 (91.75)	0.1999 (92.84)	0.0689 (5.86)	0.0333 (1.30)
1964	0.1965	0.0163 (8.27)	0.1803 (91.73)	0.2130 (93.45)	0.0680 (5.40)	0.0315 (1.15)
1965	0.2072	0.0178 (8.59)	0.1893 (91.41)	0.2232 (93.53)	0.0646 (4.82)	0.0479 (1.65)
1966	0.1982	0.0168 (8.46)	0.1814 (91.14)	0.2139 (93.24)	0.0642 (5.04)	0.0468 (1.72)
1967	0.1949	0.0173 (8.88)	0.1776 (91.12)	0.2102 (93.68)	0.0545 (4.35)	0.0522 (1.97)
1968	0.1908	0.0193 (10.12)	0.1715 (89.88)	0.2017 (93.47)	0.0528 (4.28)	0.0578 (2.25)

Fuentes primarias: Producto bruto y tasas de cambio: CEPAL (1970b); población: Naciones Unidas, *Monthly Bulletin of Statistics*, varios números.

[a] Porciento de la desigualdad entre países.

[b] Contribución (ponderada) a la desigualdad intra-grupos.

La estructura de la muestra es así semejante a la del total, sobre todo en el período 1960-1964; difieren el papel de la desigualdad entre grupos, más o menos tres veces mayor en el total, y la desigualdad entre los países del grupo III.

Es posible que un mayor número de países en el grupo II asemeje algo la muestra al total: el grupo II es más heterogéneo que el conjunto de Colombia y Ecuador en ingreso *per capita* (incluye a Bolivia y Paraguay al lado de Uruguay y Perú). La muestra para el grupo III se asemeja al total, pero el reducido peso del grupo, con sólo Costa Rica y El Salvador implica una subestimación de la desigualdad entre grupos. De todos modos, las posiciones relativas de los grupos están bien reflejadas en la muestra y su análisis no parece ser un mal análisis de la estructura de la desigualdad en América Latina.

VII. Clasificación cruzada de grupos y sectores; heterogeneidad

La desigualdad total del ingreso se ha escrito hasta ahora

$$R = \Sigma_j \{y_j^A \log (y_j^A/p_j^A) + y_j^N \log (y_j^N/p_j^N)\}$$

$$\Sigma_j(y_j^A R_j^A + y_j^N R_j^N)$$

Conviene, a esta altura, hacer un cambio de notación; los sectores se indicarán por el subíndice k; y_{jk} es la participación del sector k del país j en el ingreso total, $y_{j.} = \Sigma_k y_{jk}$ es la participación del país j, $y_{.k} = \Sigma_j y_{jk}$ la del sector k. Así, la desigualdad total se escribe:

$$R = \Sigma_{jk} y_{jk} \log \frac{y_{jk}}{p_{jk}} + \Sigma_{jk} y_{jk} R_{jk} \qquad 7.1)$$

Sabemos que el primer término de (7.1) vale 0.3727 *bits* en la muestra para América y el segundo 0.6674. También se ha visto que el primer término de (7.1) se puede descomponer en la desigualdad entre países y la desigualdad intrapaíses entre sectores:

$$\Sigma_j y_{jk} \log (y_{jk}/p_{jk}) = \Sigma_j y_{j.} \log y_{j.}/p_{j.}$$

$$+ \Sigma_j y_{j.} \Sigma_k y_{jk}/y_{j.} \log \frac{y_{jk}/y_{j.}}{p_{jk}/p_{j.}} \qquad 7.2)$$

que valen 0.1953 y 0.1774 *bits* respectivamente. El segundo término de (7.1) más el segundo de (7.2) constituyen la desigualdad intra-países, 0.8448 *bits.*

Se ha visto también que la desigualdad entre países puede descomponerse en una desigualdad entre grupos, $\Sigma_g Y_{g.} \log Y_{g.}/P_{g.}$ de 0.0049 *bits* y una desigualdad intra-grupos $\Sigma_g Y_{g.} \Sigma_{j \varepsilon S_g} y_{j.}/Y_{g.} \log (\frac{y_{j.}/Y_{g.}}{p_{j.}/P_{g.}})$ de 0.1904 *bits.*

Se puede pensar también en tomar marginales por sectores; R puede escribirse:

$$R = \Sigma_k y_{\cdot k} \log (y_{\cdot k}/p_{\cdot k}) + \Sigma_k y_{\cdot k} \Sigma_j y_{jk}/y_{\cdot k} \log (\frac{y_{jk}/y_{\cdot k}}{p_{jk}/p_{\cdot k}})$$

$$+ \Sigma_{jk} y_{jk} R_{jk} \qquad 7.3)$$

Es evidente que los dos primeros términos suman el primero de (7.1); sus valores son 0.2003 y 0.1724 *bits* respectivamente; el componente agrícola del segundo término de (7.3) vale 0.2715 y el no agrícola 0.1436 *bits*. La suma de los términos segundo y tercero de (7.3) es la desigualdad intrasectorial, 0.8398 *bits*. Se tienen así totales de renglón y de columna de una posible clasificación cruzada de la desigualdad, por grupos y por sectores (véase el cuadro 6).

CUADRO 6

	Total	Entre sectores	Total	Agrícola	No agrícola
Total	1.0401	0.2003	0.8398	0.9984	0.7942
Entre grupos					
Intra-grupos:	0.0049				
Total	1.0353				
Entre países	0.1904				
Intra países	0.8448	(0.1774)	(0.6674)	(0.7256)	(0.6506)

Aún más, los componentes de la desigualdad intra-países se conocen del inciso anterior; están marcados entre paréntesis en el cuadro arriba mencionado.

El segundo término de (7.2), la desigualdad intrasectorial entre países, se compone de una desigualdad intrasectorial entre grupos y una desigualdad entre grupos, para cada sector:

$$\Sigma_k y_{\cdot k} \Sigma_j y_{kj}/y_{\cdot k} \log \frac{y_{jk}/y_{\cdot k}}{p_{jk}/p_{\cdot k}} + \Sigma_k y_{\cdot k} \Sigma_g Y_{gk}/y_{\cdot k} \log \frac{Y_{kg}/y_{\cdot k}}{P_{kg}/_{\cdot k}}$$

$$+ \Sigma_k y_{\cdot k} \Sigma_g Y_{gk}/y_{\cdot k} \Sigma_{j \epsilon S_g} y_{jk}/Y_{jk} \log \frac{Y_{jk}/Y_{gk}}{p_{jk}/P_{gk}} \qquad 7.4)$$

El primer término vale 0.0121 *bits,* compuestos de 0.0092 *bits* de desigualdad entre grupos dentro del sector agrícola y 0.0129 *bits* de desigualdad entre grupos dentro del sector no agrícola. El segundo término se compone de las medias de las desigualdades entre países en cada grupo, dentro de cada sector. Sus componentes son: para el sector agrícola, 0.3275 *bits* en el grupo I, 0.0006 en el grupo II y 0.0382 en el III; el componente agrícola es de 0.2623 *bits*. El no agrícola, que vale 0.1307 *bits* consta de 0.1447 del grupo I, 0.0017 del grupo II y 0.0120 en el grupo III. La desigualdad total entre países intra-sectores vale 0.1603 *bits.* Se nota así que la desigualdad entre grupos es más pronunciada en el sector no agrícola, mientras que la desigualdad entre los países de un mismo grupo es más aguda en el sector agrícola. A pesar de que se considera que la muestra del grupo II es más homogénea que su universo, se alcanza a notar que las diferencias entre países "grandes" y "chicos" de América Latina se establecen más bien en el sector no agrícola, mientras que (al menos para los países grandes y Centroamérica) las diferencias entre países de un mismo grupo, se establecen más bien en la agricultura: para los países grandes la desigualdad entre países vale más del doble en la agricultura que en el sector no agrícola; en Centroamérica vale tres veces más. De todos modos, la desigualdad intra-sectorial entre países es pequeña en comparación con la desigualdad total y con la intrasectorial: es el 15.4% de la primera y el 19.09 de la segunda. Alcanza a explicar el 84.19% de la desigualdad entre países intra-grupos.

El componente restante de esta última es la desigualdad entre países entre sectores intragrupos y su valor es muy pequeño: 0.1904 − 0.1603 = 0.0301 *bits;* se obtiene directamente de:

$$\Sigma_g Y_{g\cdot}\Sigma_j y_{j\cdot}/Y_{g\cdot} \log \frac{y_{j\cdot}/Y_{g\cdot}}{p_{j\cdot}/P_{g\cdot}} - \Sigma_g Y_{g\cdot}\Sigma_j y_{j\cdot}/Y_{g\cdot}\Sigma_k y_{jk}/y_{j\cdot}$$

$$\log \frac{y_{jk}/Y_{gk}}{p_{jk}/P_{gk}} = -\Sigma_g Y_{g\cdot}\Sigma_j y_{j\cdot}/Y_{g\cdot}$$

$$\Sigma_k \log \frac{(y_{jk}/y_{j\cdot})/(Y_{gk}/Y_{g\cdot})}{(p_{jk}/p_{j\cdot})/(P_{gk}/P_{g\cdot})} \qquad 7.5)$$

que ya no es una información indirecta; la suma resulta negativa y el componente es positivo. Se está comparando el "parecido" de la distribución del ingreso entre países de cada grupo con la de la población. Nótese que y_{jk}/p_{jk} es proporcional al ingreso *per capita* en la celda (j,k), $y_{j\cdot}/p_{j\cdot}$ al ingreso *per capita* del país j, etc. Si x_{jk} denota el ingreso *per capita* en (j,k), puede verse que el logaritmo en (7.5) es el logaritmo de:

$$\frac{\bar{x}_{jk}/\bar{x}_{j\cdot}}{\bar{X}_{gk}/\bar{X}_{g\cdot}}$$

se compara así la relación del ingreso *per capita* en el país j, sector k, al ingreso del país, con su relación al ingreso del grupo al que pertenece el país. Se trata de una medida de la heterogeneidad de composición de los grupos en lo que respecta a las diferencias de ingresos *per capita* sectoriales en los países que los componen. Para el grupo I el término vale 0.0342 *bits,* para el II vale 0.0009 y para el III vale 0.0079. La media, se ha visto, es 0.0301.

En esta forma el penúltimo renglón del cuadro anterior queda lleno; lo mismo acontece con las últimas tres columnas del segundo. Las demás cifras del cuadro se pueden obtener por diferencia. Empero, es conveniente obtenerlas analíticamente, al menos en un caso no trivial, que es la segunda cifra de la segunda columna, negativa. Nótese que se trata de una heterogeneidad, de donde su signo no tiene nada de extraño. La desigualdad entre grupos puede escribirse:

$$\Sigma_g Y_g. \log Y_g./P_g. = \Sigma_k y._k \Sigma_g Y_{gk}/y._k \log \frac{Y_{gk}/y._k}{P_{gk}/p._k} -$$

$$\Sigma_{gk} Y_{gk} \log \frac{Y_{gk}/Y_g.y._k}{P_{gk}/P_g.p._k}$$

El primer término es la desigualdad intrasectorial entre grupos; el segundo compara las distribuciones de ingreso y población "reales" Y_{gk}, P_{gk}, con el producto de las marginales, $Y_g.y._k$ y $P_g.p._k$, o si se quiere, el ingreso *per capita* $(Y_{gk}/P_{gk})\bar{y}$ con el que se daría bajo independencia estocástica. El término vale, en absoluto, 0.0072 *bits* y está restado. Nótese que se puede obtener de la descomposición de la columna:

$$\Sigma_k y._k \log y._k/p._k = \Sigma_g Y_g.\Sigma_k Y_{gk}/Y_g. \log \frac{Y_{gk}/Y_g.}{P_{gk}/P_g.} -$$

$$\Sigma_{gk} Y_{gk} \log \frac{Y_{gk}/Y_g.y._k}{P_{gk}/P_g.p._k}$$

El primer término es la desigualdad intersectorial intragrupos, cuyos componentes entre e intrapaíses ya conocemos y que vale 0.2075 *bits*. Se tiene así un cuadro completo, grupo por grupo, de los componentes de la desigualdad del ingreso en América Latina; incorporando el material del inciso V se redondea el cuadro de la composición de la desigualdad del ingreso. Se llega así a que la desigualdad total es muy semejante en cada grupo, el grupo I tiene coeficiente de Theil de 0.5141, el II de 0.4985 y el III de 0.4919; la desigualdad intersectorial es particularmente importante en el grupo I, que incluye a México y Brasil, países con fuerte desigualdad intersectorial; en el grupo II la desigualdad no agrícola predomina sobre la agrícola; ésto se debe a la baja desigualdad agrícola de Colombia; en los países centroamericanos la desigualdad agrícola es notablemente mayor que la no agrícola, y en los países grandes es sólo ligeramente superior. El comportamiento de la desigualdad agrícola es más o menos uniforme en los países grandes, salvo Argentina, en que la desigualdad agrícola casi dobla a la de los demás países del grupo; el papel se invierte en el sector no agrario para Brasil. La desigualdad intra-sectorial entre países es notable en los países grandes y casi insignificante en los menores; puede ser que la inclusión de más países en el grupo II eleve esta cifra, pero ésto es improbable para los países centroamericanos. La desigualdad entre grupos no es particularmente importante: al nivel de la

CUADRO 7

COMPONENTES DE LA DESIGUALDAD DEL INGRESO EN AMÉRICA LATINA
(muestra de ocho países)

Grupos y países	Total	Entre sectores	Intrasectorial		
			total	agrícola	No agrícola
Total	1.0401	0.2003	0.8398	0.9984	0.7942
Entre grupos	0.0049	-0.0072	0.0121	0.0092	0.0129
Intra grupos					
Total	1.0353	0.2075	0.8278	0.9892	0.7813
Entre países	0.1904	0.0301	0.1603	0.2623	0.1307
Intra países	0.8448	0.1774	0.6674	0.7256	0.6500
Grupo I	1.0412	0.2287	0.8125	1.0299	0.7569
Total					
Entre países	0.2161	0.0342	0.1819	0.3275	0.1447
Intra países					
Total	0.8251	0.1945	0.6306	0.7024	0.6122
Argentina	0.7218	0.0045	0.7174	0.9235	0.6833
Brasil	1.0405	0.2019	0.8386	0.5058	0.8807
México	0.7913	0.4204	0.3710	0.5590	0.3319
Venezuela	0.6343	0.1197	0.5146	0.5879	0.4944
Grupo II					
Total	0.9958	0.0457	0.9501	0.7225	1.0802
Entre países	0.0004	-0.0009	0.0013	0.0006	0.0017
Intrapaíses					
Total	0.9954	0.0466	0.9488	0.7219	1.0785
Colombia	0.8786	0.0439	0.8347	0.4215	1.0549
Ecuador	1.3854	0.0556	1.3298	1.5575	1.1668
Grupo III					
Total	0.9769	0.1044	0.8725	1.3510	0.5819
Entre países	0.0298	0.0079	0.0219	0.0382	0.0120
Intra países					
Total	0.9471	0.0965	0.8506	1.3128	0.5699
Costa Rica	0.8787	0.0642	0.8145	1.1970	0.6069
El Salvador	1.0004	0.1217	0.8787	1.3924	0.5390

muestra es insignificante y, como se vio, en nueve años promedia el 8.64% al nivel de todos los países (excluyendo Cuba y los de reciente creación), *vía* productos brutos y población total; la desigualdad total entre países viene a representar cerca del 19% de la desigualdad para América Latina y la intersectorial sólo es importante en los países grandes, salvo Argentina. Contando con sólo el 22.3% del ingreso, la desigualdad agrícola latinoamericana sólo alcanza a explicar el 26% de la desigualdad intrasectorial y el 21.4 del total; el 19.26% del total es intersectorial y el resto es desigualdad no agrícola. Empero, el panorama es diferente en algunos países: la desigualdad agrícola es casi la mitad de la desigualdad interna total en Ecuador y Costa Rica, más de la mitad en El Salvador; la intersectorial es más de la mitad de la desigualdad de México; la desigualdad urbana, aparentemente la más importante relativamente (por el peso del ingreso urbano) en el continente, sólo cobra esa importancia en Argentina (81.5% del total), Brasil (61.3%), Venezuela (64.6) y Colombia (78.3%), que juntos aportan el 83% de la desigualdad no agrícola de la muestra. La política redistributiva tiene así características muy locales y la redistribución interna es mucho más importante que cualquier redistribución entre países. En otros términos, aunque se reconocen diferencias en los niveles de ingreso medio entre los países latinoamericanos y se insiste en particular en las diferencias entre los "grandes" y los de "menor desarrollo relativo" resulta ser que las diferencias entre países son sobre todo diferencias entre los países grandes, y de cualquier manera, son notablemente menores que las desigualdades internas de los países: sólo la desigualdad entre el sector agrícola y el no agrícola de México es el doble de la desigualdad entre todos los países latinoamericanos. Desde luego, ésto no pretende desalentar los esfuerzos de cooperación y ayuda de los países "más ricos" hacia los "más pobres" del área, pero muestra que el problema de distribución del ingreso en América Latina es más un problema común que uno de diferencias internacionales; finalmente, todos los países latinoamericanos pueden seguirse viendo como "pobres" y con ingreso mal distribuido.

APÉNDICE

Relación entre los coeficientes de Theil y Pareto

Diversos estudios sobre la distribución del ingreso han usado coeficientes de Pareto; el de Colin Clark (1945) ha sido fuente de referencia de muchos economistas. Los estudios recientes han procurado evitar la suposición de que el ingreso se distribuye conforme a la densidad de Pareto, pero sigue siendo conveniente referir los resultados a las cifras históricas internacionales, que con frecuencia usan Pareto.

La densidad de Pareto se escribe:

$$\Phi(y) = \alpha K^{\alpha} y^{-(\alpha+1)} \quad ; \quad y \geqq K, \alpha > 1 \quad .$$

Sin pérdida de generalidad, se puede hacer $K = 1$ (los ingresos se miden como múltiplos de la "cola" K). El valor de R para la Pareto con $K = 1$ es:

$$R = \frac{1}{\bar{y}} \int_{1}^{\infty} \alpha y^{-\alpha} \log_2 y dy - \log_2 \bar{y}$$

con $\bar{y} = \alpha/\alpha - 1$. Se tiene, así, usando momentáneamente logaritmos naturales para integrar:

$$R_n = (\alpha - 1)\int_1^\infty \alpha y^{-\alpha} \log y \, dy - \log(\alpha/\alpha - 1)$$

$$= 1/(\alpha - 1) - \log[\alpha/(\alpha - 1)]$$

(cambiando variable $t = \log y$ e integrando por partes); R en *bits* es igual a $R_n/\log 2 \cong 1.442695041\ \{1/(\alpha - 1) - \log|\alpha/(\alpha - 1)|\}$ si el logaritmo entre corchetes es logaritmo natural. La inversión de $R(\alpha)$ no es simple. En seguida se tabulan R(en *bits*) y $T = 1 - 2^{-R}$ como funciones de α para algunos valores seleccionados de α.

Cuadro A1

Redundancia y coeficiente de Theil, como función del coeficiente de Pareto

α	R	T	α	R	T	α	R	T
1.05	24.461683	0.999999	1.80	0.633444	0.355364	2.75	0.172320	0.112586
1.10	10.967519	0.999501	1.85	0.575298	0.328852	2.80	0.164067	0.107495
1.15	6.679367	0.990243	1.90	0.524992	0.305037	2.85	0.156399	0.102738
1.20	4.628513	0.959572	1.95	0.481152	0.283594	2.90	0.149260	0.098287
1.25	3.448852	0.908422	2.00	0.442695	0.264211	2.95	0.142603	0.094117
1.30	2.693506	0.845413	2.05	0.408760	0.246730	3.00	0.136385	0.090204
1.35	2.174453	0.778474	2.10	0.378655	0.230846	3.05	0.130568	0.086528
1.40	1.799383	0.712703	2.15	0.351814	0.216402	3.15	0.120006	0.079816
1.45	1.517933	0.650814	2.20	0.327777	0.203237	3.20	0.115202	0.076747
1.50	1.300428	0.593994	2.25	0.306159	0.191208	3.25	0.110683	0.073851
1.55	1.128317	0.542551	2.35	0.268961	0.170083	3.30	0.106427	0.071114
1.60	0.989454	0.496332	2.40	0.252888	0.160786	3.35	0.102412	0.068525
1.65	0.875576	0.454964	2.45	0.238233	0.152217	3.40	0.098622	0.066076
1.70	0.780850	0.417990	2.50	0.224831	0.144305	3.45	0.095040	0.063754
1.75	0.701200	0.384940	2.55	0.212542	0.136985	3.50	0.091651	0.061552
			2.60	0.201245	0.130200	3.55	0.088441	0.059461
			2.65	0.190834	0.123901	3.60	0.085397	0.057475
			2.70	0.181219	0.118043			

Para fines de comparación con otros estudios de desigualdad del ingreso, conviene convertir los datos de los países de América Latina usados en este artículo a coeficientes de Pareto implícitos en la redundancia y en el coeficiente de Theil. *Esto no implica que se esté suponiendo que las distribuciones latinoamericanas son Pareto.*

Se advierte que, cuando el Pareto para la distribución total es menor que el mínimo entre el agrícola y el no agrícola, hay un componente intersectorial importante; el análisis *vía* distribución de Pareto no permite su cuantificacón, como es el caso en el análisis *vía* redundancia.

Cuadro A2

COEFICIENTES DE PARETO IMPLÍCITOS EN LOS DE THEIL PARA AMÉRICA LATINA
(muestra de ocho países)

País	Coeficientes de Pareto		
	Población total	Agrícola	No agrícola
Argentina	1.7363	1.6278	1.7625
Brasil	1.5804	1.9210	1.6475
Colombia	1.6485	2.0305	1.5751
Costa Rica	1.6485	1.5287	1.8219
Ecuador	1.4790	1.4421	1.5378
El Salvador	1.5958	1.4773	1.8854
México	1.6940	1.8654	2.1910
Venezuela	1.7993	1.8385	1.9342
América Latina	1.5805	1.5964	1.6424

REFERENCIAS

A. Atkinson, "On the Measurement of Inequality", *Journal of Economic Theory,* 2 (1970), pp. 244-263.

C. Clark, "A model of Income Distribution", *The Conditions of Economic Progress, Economic Journal,* 55 (1945).

CEPAL, "Anexo al Estudio sobre Distribución del Ingreso. Informaciones Disponibles y Métodos de Estimación", Santiago, División de Investigación y Desarrollo Económico (1966), Mimeo; uno para cada país.

CEPAL, "Distribuição Regional da Renda. Ajustamento de Pareto", Río de Janeiro Escritório Cepal-Ilpes no Brasil (1968), Mimeo, cuadros E1 a E6.

CEPAL, "La distribución del Ingreso en Brasil", Río de Janeiro, Escritório Cepal-Ilpes no Brasil, (1970a), Mimeo.

CEPAL, "Ingresos Nacionales y Tipos de Cambio de Equilibrio", Santiago, Centro Latinoamericano de Proyecciones Económicas, (1970b), Mimeo.

CEPAL-CONADE, *Income Distribution and Economic Development in Argentina.* Nueva York, Naciones Unidas, E/CH.R/802 (1969).

J. E. Stiglitz, "Distribution of Income and Weal among Individuals", *Econometrica,* 37 (1969), pp. 382-397.

L. Solis, "Hacia un análisis regional a largo plazo del desarrollo económico de México", *Demografía y Economía,* 1 (1967), pp. 40-91.

H. Theil, *Economics and Information Theory,* Amsterdam, North Holland (1967).

J. Tinbergen, "On the Theory of Income Distribution", *Weltwirtschaftliches Archiv,* 77 (1956), pp. 155-175.

W. van Ginneken, "Análisis de descomposición del índice de Theil aplicado a la distribución del ingreso familiar en México", *Demografía y Economía,* 9 (1975) (Núm. 25), pp. 93-112.

A. Fishlow, "Brazilian Size Distribution of Income", *American Economic Review, Papers and Proceedings,* 62 (1972), pp. 391-402.

H. Dalton, "The Measurement of the Inequality of Incomes", *Economic Journal,* 30 (1920).

A. Gibrat, *Les Inégalités Économiques,* París, Hermann et Cie. (1931).

M. Kalecki, "On the Gibrat Distribution", *Econometrica,* 13 (1945), pp. 161-170.

B. Mandelbrot, "Stable Paretian Random Functions and the Multiplicative Variation of Income" *Econometrica,* 29 (1961), pp. 517-543.

M. Rotschild y J. E. Stiglitz, "Increasing Risk: I. A. Definition", *Journal of Economic Theory,* 2 (1970), 225-243.