Notas y comentarios

Simulación de los cambios demográficos de una población entre dos fechas

Alejandro Mina Valdés*

La información del *XI Censo nacional de población y vivienda* (centrada al 12 de marzo de 1990) y la del *Conteo nacional de población* (centrada al 5 de noviembre de 1995) son la base del trabajo aquí presentado. El objetivo es simular el efecto de los fenómenos demográficos básicos a saber, la mortalidad, fecundidad y migración, para periodos anuales, en este caso, del 12 de marzo de 1990 al 12 de marzo de 1991, 1992, 1993, 1994, 1995 y del 12 de marzo de 1995 al 5 de noviembre del mismo año.

Inicialmente se consideran constantes, en el periodo comprendido del 12 de marzo de 1990 al 5 de noviembre de 1995, las tasas de crecimiento natural, social y total. Cabe señalar que las tasas brutas de mortalidad y de natalidad se obtuvieron con base en las estadísticas vitales que el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) publica, las cuales son un promedio de las registradas en el periodo. Con las poblaciones totales para cada entidad federativa se calcularon las tasas de crecimiento medias anuales con la expresión:

$$^{i}r = \left({}^{i}P_{05.11.95} / {}^{i}P_{12.03.90} \right)^{1/5.652055} - 1$$

donde:

^{i}r representa la tasa de crecimiento total media anual para el estado (i).

$^{i}P_{05.11.95}$ es la población total del conteo de 1995 centrada al 5 de noviembre.

$^{i}P_{12.03.90}$ es la población total de *XI Censo nacional de población y vivienda,* centrada al 12 de marzo de 1990.

5.652055 son los años entre los dos momentos en que se levantaron el censo y el conteo.

* Profesor-investigador del Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano de El Colegio de México.

Con las tasas brutas de natalidad (TBN) y de mortalidad (TBM) se estimó la tasa de crecimiento natural (que se define como la diferencia entre las tasas brutas: TBN – TBM) y dado que:

$$
\begin{aligned}
{}^{i}r &= {}^{i}r^{\,n} + {}^{i}r^{\,s} \\
\Rightarrow {}^{i}r^{\,s} &= {}^{i}r - {}^{i}r^{\,n}
\end{aligned}
$$

donde:

${}^{i}r^{\,n}$ es la tasa de crecimiento natural para el estado y en el periodo.

${}^{i}r^{\,s}$ es la tasa de crecimiento social para el estado y en el periodo.

Así, con las tasas constantes se simuló la tendencia de los nacimientos, defunciones y saldos netos migratorios para cada entidad del 12 de marzo de 1990 al 5 de noviembre de 1995, año por año.

Para estimar los nacimientos, defunciones y saldos netos migratorios se multiplicó la población al inicio del año en cuestión por su respectiva tasa bruta, siendo las tasas brutas obtenidas para el periodo del 12 de marzo de 1995 al 5 de noviembre de 1995 de la siguiente manera.

Los nacimientos entre el año origen (cero) y el año final (t) se calculan con la tasa bruta de natalidad media anual constante (TBN) como sigue:

$$
\begin{aligned}
N_{0,\,t} &= P_0TBN + P_1TBN^{\,2} + \ldots + P_{t-1}TBN^{\,n} \\
&\overset{1}{=} P_0TBN + P_0(1+r)TBN + P_0(1+r)^{2}\,TBN + \ldots + P_0(1+r)^{t-1}\,TBN \\
&= P_0TBN\,[\,(1+r)^{0} + (1+r)^{1} + (1+r)^{2} + \ldots + (1+r)^{t-1}\,] \qquad [1]
\end{aligned}
$$

Observación:

$$S = (1+r)^{0} + (1+r)^{1} + (1+r)^{2} + \ldots + (1+r)^{t-1}$$

$$(1+r)S = (1+r)^{1} + (1+r)^{2} + \ldots + (1+r)^{t-1}$$

$\therefore$ siendo $S - (1+r)\,S$:

Lado izquierdo:

$$S - (1+r)S = S(1-(1+r)) = -Sr$$

[1] Ya que $P_t = P_0\,(1+r)^{t}$.

Lado derecho:

$$(1+r)^{0} + (1+r)^{1} + (1+r)^{2} + \ldots + (1+r)^{t-1} - [(1+r)^{1} + (1+r)^{2} + \ldots + (1+r)^{t-1}] = 1 - (1+r)^{t}$$

quedando finalmente:

$$\begin{aligned} -Sr &= 1 - (1+r)^{t} \\ Sr &= (1+r)^{t} - 1 \\ \therefore\ S &= [(1+r)^{t} - 1]/r \end{aligned} \qquad [2]$$

Sustituyendo [2] en [1]:

$$N_{0,\,t} = P_0 TBN\ [(1+r)^{t} - 1]\ /\ r \qquad [3]$$

Empleando [3] para el cálculo de las tasas brutas en el periodo del 12 de marzo de 1995 al 5 de noviembre de 1995, es decir, para *t* igual a 0.652055.

Por ejemplo, para obtener los nacimientos en dicho periodo se emplea la expresión:

$${}^{i}P_{12.05.95}\ [\ (\ {}^{i}TBN\ /\ {}^{i}r)\ [(1+{}^{i}r)^{0.652055} - 1]]\ ,$$

las defunciones:

$${}^{i}P_{12.05.95}\ [\ (\ {}^{i}TBM\ /\ {}^{i}r\ )\ [(1+{}^{i}r)^{0.652055} - 1]]\ ,$$

y el saldo neto migratorio:

$${}^{i}P_{12.05.95}\ [\ (\ {}^{i}r^{s}\ /\ {}^{i}r)\ [(1+{}^{i}r)^{0.652055} - 1]]\ ,$$

donde:

${}^{i}TBN$ es la tasa bruta de natalidad media anual para el estado (i).
${}^{i}TBM$ es la tasa bruta de mortalidad media anual para el estado (i).

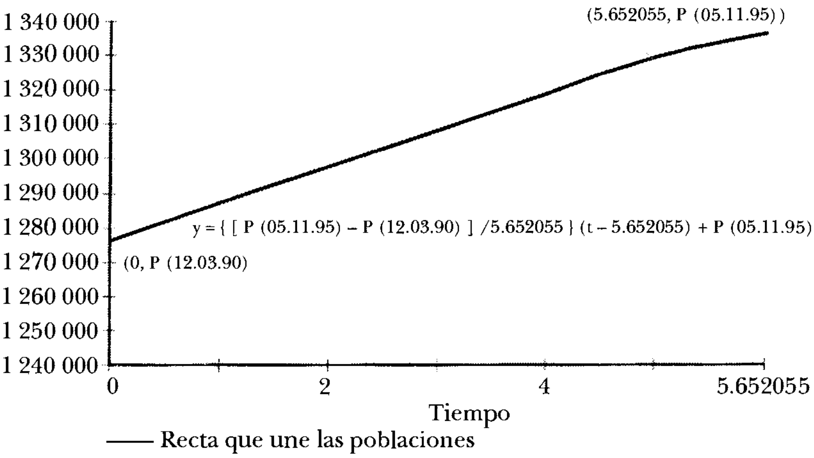
El segundo ajuste se basa en tasas brutas no constantes en el periodo, pero son tendencias lineales, para ello se tomaron las poblaciones totales en el momento inicial y final obteniendo la recta que pasa por dichos puntos (véase la gráfica 1).

La recta que pasa por A y B es:

$$P_t = [(\ P_{05.11.95} - P_{12.03.90}\ )/\ 5.652055](\ t - 5.652055) + P_{05.11.95} \qquad [4]$$

Usando [4], se obtienen las poblaciones totales para t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 5.652055, pudiendo estimar las tasas de crecimiento medias

GRÁFICA 1



anuales totales para cada intervalo, es decir, para (0,1), (1,2), ... , (5,5.652055). Así, los supuestos para las tasas brutas de natalidad y de mortalidad se hacen incrementándolas o disminuyéndolas convenientemente en el periodo en cuestión.

Las siguientes simulaciones se lograron ajustando a las poblaciones totales funciones logísticas de la forma:

$$P\ (t) = k_1 + k_2 \ / \ (1 + e^{a+b\,t})$$

donde: P (t) es la población en el momento *t*; k_1 y k_2 las asíntotas fijas, y (t) es al tiempo.

Siendo P(0) la población al 12 de marzo de 1990 y P (5.652055) la población al 5 de noviembre de 1995, entonces:

Por un lado tenemos:

$$P\ (0) = k_1 + k_2 \ / \ (1 + e^{a+0\,t})$$
$$\Rightarrow P\ (0) - k_1 = k_2 \ / \ (1 + e^{a+0\,t}) = k_2 \ / \ (1 + e^{a})$$
$$\Rightarrow (P\ (0) - k_1)(1 + e^{a}) = k_2$$
$$(1 + e^{a})\ k_1 + k_2 = P\ (0)\ (1 + e^{a}) \qquad [5]$$

Por otro lado:

$$P\ (5.652055) = k_1 + k_2 \ / \ (1 + e^{a+5.652055\,b})$$
$$(1 + e^{a+5.652055\,b})\ k_1 + k_2 = P\ (5.652055)(1 + e^{a+5.652055\,b}) \qquad [6]$$

Con [5] y [6] se obtienen, una vez fijos los parámetros a y b, los valores de las asíntotas $k_1 + k_2$, teniéndose que:

$$k_1 = [P\ (0)\ (\ 1+ e^{\ a}) - P\ (5.652055)(\ 1+ e^{\ a+ 5.652055\ b})]\ /\ [(\ 1+ e^{\ a}) - (1+ e^{\ a+ 5.652055\ b})]$$

En principio los cambios en la concavidad de la función logística dependerá de los valores de los parámetros a y b en ella.

Toda vez que se tiene la función logística se obtienen los valores de P(t) para t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, y 5.652055 y con ellos se estiman las tasas de crecimiento medias anuales totales, para proceder con la estimación de las tasas brutas de mortalidad y natalidad (que en principio pueden ser las estimadas para el caso de la simulación del crecimiento no constante –segundo ajuste–).

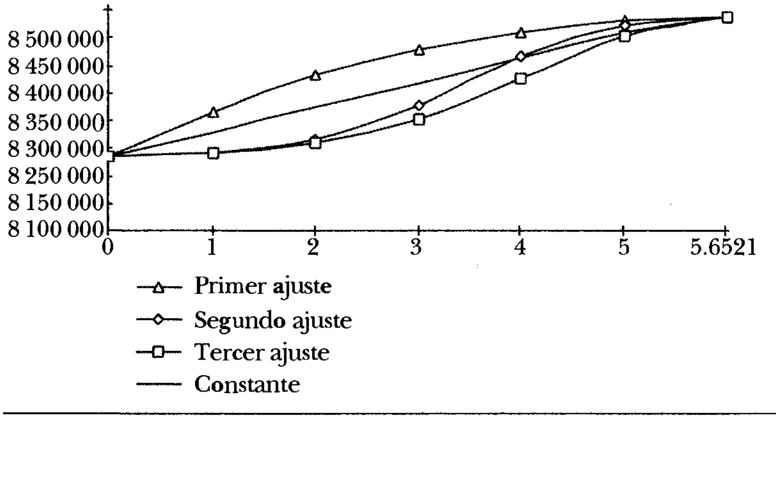
Cabe señalar que la magnitud de la concavidad dependerá de las hipótesis que haga el investigador sobre el crecimiento de la población.

A continuación se ejemplifican tres tipos de ajustes en la función logística para el caso del Distrito Federal.

El primer ajuste es con una logística cóncava; el segundo con una logística que es, en principio, cóncava para terminar siendo convexa, y el tercero es con una logística convexa.

La gráfica 2 ilustra las logísticas empleadas.

GRÁFICA 2
Distrito Federal: Representación gráfica de las poblaciones totales con tasas constantes y ajustes logísticos, 1990-1995



Apéndice

Ejemplo del procedimiento numérico empleado. Caso del Distrito Federal.

a) Datos Iniciales:

Población al 12 de marzo de 1990: 8 235 744

Población al 5 de noviembre de 1995: 8 489 007

Tasa bruta de mortalidad media anual del periodo: 0.006649295

Tasa bruta de natalidad media anual del periodo: 0.027716689

b) Cálculo de la tasa de crecimiento total media anual (r) y de la tasa de crecimiento social media anual (r^s) *constantes.*

$$r = (P_{05.11.95} / P_{12.03.90})^{1/5.652055} - 1 =$$
$$(8483623/8235744)^{1/5.652055} - 1 = 0.005373201$$
$$r^n = \text{TBN} - \text{TBM} = 0.027716689 - 0.006649295 = 0.021067394$$
$$r^s = r - r^n = 0.005373201 - 0.021067394 = - 0.015694193$$

c) Cálculo de las tasas para el periodo fraccional (del 12 de marzo de 1995 al 5 de noviembre de 1995 –alternativa constante–).

$$\text{TBN}_{0.652055} = (\text{TBN} / r) [(1+ r)^{0.652055} - 1] = 0.01805595$$
$$\text{TBM}_{0.652055} = (\text{TBM} / r) [(1+ r)^{0.652055} - 1] = 0.00433166$$
$$\text{TCS}_{0.652055} = (r^s / r) [(1+ r)^{0.652055} - 1] = - 0.0102239$$

d) Estimación *no constante* de las poblaciones totales basada en tendencias lineales, esto es, la recta que une $P_{12.03.90}$ y $P_{05.11.95}$ para así obtener $P_{12.03.91}$, $P_{12.03.92}$, $P_{12.03.93}$, $P_{12.03.94}$, $P_{12.03.95}$

$$P_t = [(P_{05.11.95} - P_{12.03.90})/ 5.652055] (t - 5.652055)+ P_{05.11.95}$$
con $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ y 5.652055

Fecha	*12.03.90*	*12.03.91*	*12.03.92*	*12.03.93*	*12.03.94*	*12.03.95*	*12.11.95*
Población total	8 235 744	8 279 996.3	8 324 486.3	8 369 215.5	8 414 185.0	8 459 396.1	8 489 007

e) Cálculo de *tasas no constantes*: tasa de crecimiento total media anual (r), tasa bruta de natalidad media anual (TBN_{NC}), tasa bruta de mortalidad media anual (TBM_{NC}) y la tasa de crecimiento social media anual (TCS_{NC}) con las poblaciones estimadas, partiendo de un incremento de 0.002 para la TBN y de 0.0008 para la TBM.

$$r_{k-(k+1)} = (P_{12.03.\,k+1} / P_{12.03.\,k}) - I \qquad \text{con } k \in [90, 91, 92, 93, 94]$$

TBN_{NC} = (–2*(0.002)/5.652055)* t + (TBN + 0.002) t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 5.652055

TBM_{NC} = (–2*(0.0008)/5.652055)* t + (TBM + 0.0008)

$TCS_{NC} = r_{k-(k+1)} - TBN_{NC} + TBM_{NC}$

Año	*1990*	*1991*	*1992*	*1993*	*1994*
r	0.0054407	0.005411	0.005382	0.005353	0.005324
TBN	0.029716	0.029008	0.028301	0.027593	0.026885
TBM	0.007449	0.007166	0.006883	0.006600	0.006316
TCS	– 0.016826	– 0.0164314	– 0.0160359	– 0.0156440	– 0.015439

f) Cálculo de las tasas para el periodo fraccional (del 12 de marzo de 1995 al 5 de noviembre de 1995 –alternativa no constante–).

$r_{fraccional} = (1+\{[P_{05.11.95} / P_{12.03.90}]-1\})^{1/0.652055} - 1$

$TBN_{fraccional} = (TBN_{NC}$ (con t =5.652055)/ $r_{fraccional})*([1+ r_{fraccional}]^{0.652055} - 1)$

$TBM_{fraccional} = (TBM_{NC}$ (con t =5.652055)/ $r_{fraccional})*([1+ r_{fraccional}]^{0.652055} - 1)$

$TCS_{fraccional} = r_{fraccional} - TBN_{fraccional} + TBM_{fraccional}$

Año	*1995*
r	0.005301
TBN	0.016753
TBM	0.003810
TCS	–0.009488

g) Simulación de la población total con ajuste de funciones logísticas.

$P(t) = k_i + k_2 / (1+ e^{a+bt})$ para t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 5.652055

	a	*B*	K_1	K_2
Primer ajuste	0.25	0.555	8509454.604	– 625162.9763
Segundo ajuste	4.6558	– 1.35	8233212.209	268859.3254
Tercer ajuste	4.5508	–1.115119048	8232600.294	300878.3022

Poblaciones estimadas:

Fecha	*12.03.90*	*12.03.91*	*12.03.92*	*12.03.93*	*12.03.94*	*12.03.95*	*05.11.95*
Primer ajuste	8235744	8316306.4	8381771.3	8429171.2	8460699.3	8480503.9	8489007
Segundo ajuste	8235744	8242722.5	8266529.9	8328124.4	8415475.6	8472587.9	8489007
Tercer ajuste	8235744	8241987.3	8259509.1	8301955.3	8376249.9	8454018.3	8489007

Bibliografía

INEGI (1992), *XI Censo nacional de población y vivienda*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

——— (1996), *Conteo 95. Resultados preliminares*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

Mina Valdés, Alejandro (1996), "Dinámica de la población mexicana del 12 de marzo de 1990 al 5 de noviembre de 1995", México, Centro de Estudios Demográficos y de Desarrollo Urbano, El Colegio de México (mimeo.).